

# Piano Inclinato

## Studio Moto di un Corpo

Claudiu Mihail Pantiru, Pietro Pennestrì, Andrea Quirini

### *Report di Laboratorio*

#### Sommario

L'esperienza qui descritta, svolta nel laboratorio di Fisica di Ingegneria Elettronica in data 13/04/2016, ha lo scopo di determinare sperimentalmente il coefficiente di attrito dinamico  $\mu_d$  tra un corpo ed un piano inclinato. A tale risultato si giunge analizzando il moto del corpo durante le fasi di salita e discesa.



## INDICE

|     |   |    |
|-----|---|----|
| 1   | Apparato Sperimentale   | 2  |
| 2   | Modello Teorico   | 2  |
| 3   | Calibrazione del Sensore di Posizione                         | 4  |
| 4   | Determinazione Sperimentale della Forza di Attrito Dinamico   | 5  |
| 5   | Determinazione del Coefficiente di Restituzione $\varepsilon$ | 7  |
| 6   | Nomenclatura  | 9  |
| 7   | Codice  | 9  |
| 7.1 | Calcolo del Coefficiente di Attrito . . . . .                 | 9  |
| 7.2 | Calcolo del Coefficiente di restituzione . . . . .            | 11 |

## INTRODUZIONE

L'esperienza si compone di quattro fasi:

- Impostazione del modello teorico.
- Calibrazione del Sonar che rileva gli spostamenti della massa lungo il piano inclinato.
- Determinazione del coefficiente di attrito dinamico  $\mu_d$  tramite le accelerazioni stimate.
- Determinazione del coefficiente di restituzione  $\varepsilon$  nell'urto tra la massa e il fine corsa.

- 
- *Claudiu Mihail Pantiru, nr. 1705328,*  
E-mail: [pantiru.1705328@studenti.uniroma1.it](mailto:pantiru.1705328@studenti.uniroma1.it),
  - *Pietro Pennestrì, nr. 1694905,*  
E-mail: [pennestri.1694905@studenti.uniroma1.it](mailto:pennestri.1694905@studenti.uniroma1.it),
  - *Andrea Quirini, nr. 1693547,*  
E-mail: [quirini.1693547@studenti.uniroma1.it](mailto:quirini.1693547@studenti.uniroma1.it),  
Sapienza - Università di Roma.

L'elaborazione matematica ed il *post-processing* dei dati raccolti è stata eseguita mediante apposite procedure in linguaggio Python 2.7. In particolare sono state utilizzate le librerie NumPy, per i calcoli statistici e scidavis per i grafici.

## 1 APPARATO SPERIMENTALE

L'apparato sperimentale come mostrato nella Figura 1 è costituito da:

- un binario su cui scorre una massa  $m$ ;
- un finecorsa magnetico Magnetic Bumper Set ME-9885A<sup>1</sup> posto all'estremità inferiore del binario;
- un sensore di posizione (sonar) PS-2103<sup>2</sup>;
- un goniometro per regolare l'inclinazione del piano inclinato.

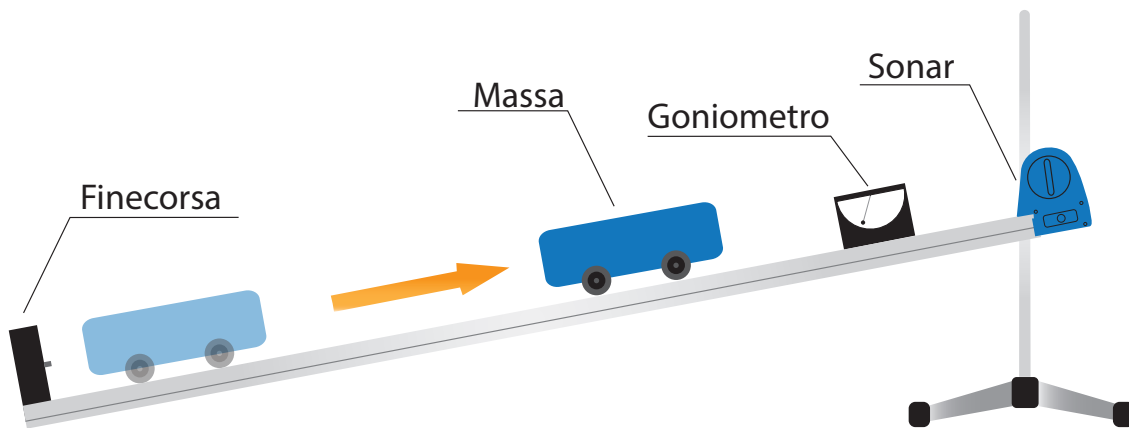


Figura 1: Apparato Sperimentale

## 2 MODELLO TEORICO

L'equazione di equilibrio del corpo sul piano inclinato risulta essere:

$$\vec{N} + \vec{F}_g + \vec{A} = m\vec{a} . \quad (1)$$

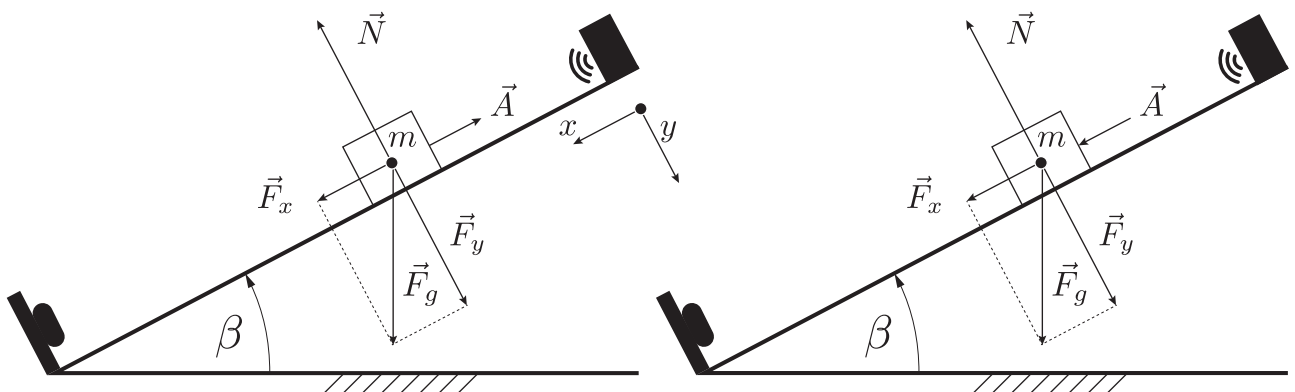


Figura 2: Moto della massa: a) Fase di discesa, b) fase di salita

1. <https://www.pasco.com/resources/literature/index.cfm>, Physics & Engineering Catalog, p.32  
 2. Le caratteristiche di questo sensore sono descritte al seguente link <https://www.pasco.com/prodCompare/motion-sensors/index.cfm>

Nel moto della massa distinguiamo la fase di discesa e quella di salita, che si verifica subito dopo l'urto con il dispositivo posto all'inizio del piano inclinato.

Introduciamo gli assi  $x - y$ , con  $x$  orientato lungo il piano inclinato ed  $y$  verso il basso.

Proiettando la (1) sugli assi  $x$  e  $y$ , otteniamo:

- Fase di salita

$$mg \sin \beta + A = ma_s \quad (2a)$$

$$N - mg \cos \beta = 0 \quad (2b)$$

- Fase di discesa

$$mg \sin \beta - A = ma_s \quad (3a)$$

$$N - mg \cos \beta = 0 \quad (3b)$$

Poiché

$$A = N\mu_d, \quad (4)$$

dalle (2) otteniamo

$$mg \sin \beta + \mu_d mg \cos \beta = ma_s \quad (5)$$

ed il coefficiente di attrito dinamico si calcola da

$$\mu_d = \frac{a_s - g \sin \beta}{g \cos \beta}. \quad (6)$$

Le accelerazioni nella fase di salita e in quella di discesa risultano essere:

$$a_s = g(\sin \beta + \mu_d g \cos \beta) \quad (7)$$

$$a_d = g(\sin \beta - \mu_d g \cos \beta) \quad (8)$$

Possiamo quindi dedurre le seguenti espressioni:

- Semisomma

$$\frac{a_d + a_s}{2} = g \sin \beta, \quad (9)$$

- Semidifferenza

$$\frac{a_s - a_d}{2} = \mu_d g \cos \beta. \quad (10)$$

Ipotizzando  $\beta = 0.1$  rad, si ha che  $\sin \beta = \sin 0.1 \approx 0.1$  e dalla (9) segue

$$\frac{a_d + a_s}{2} \approx 9.8 \cdot 0.1 \approx 1. \quad (11)$$

Analogamente, per  $\cos \beta = \cos 0.1 \approx 1$ , dalla (10), si ha:

$$\frac{a_s - a_d}{2} \approx \mu_d g. \quad (12)$$

### 3 CALIBRAZIONE DEL SENSORE DI POSIZIONE

Il sensore di posizione usato durante l'esperienza è il PS-2103, mostrato in Figura 3.

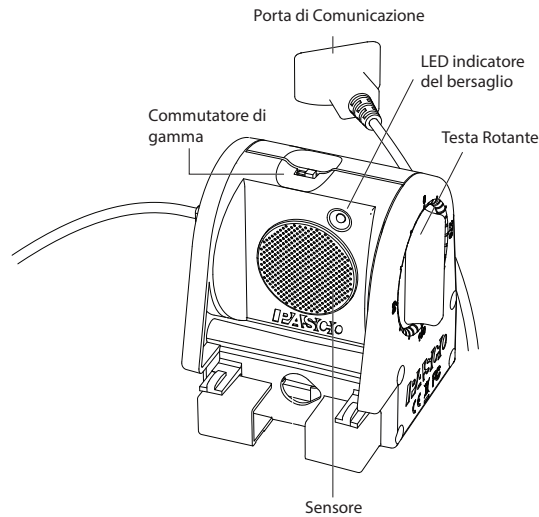


Figura 3: Sensore Sonar PS-2103

Le modalità di misura della posizione sono schematicamente illustrate in Figura 4.

Se le misure eseguite dal sonar fossero esatte, i punti risulterebbero tutti appartenenti alla medesima retta.

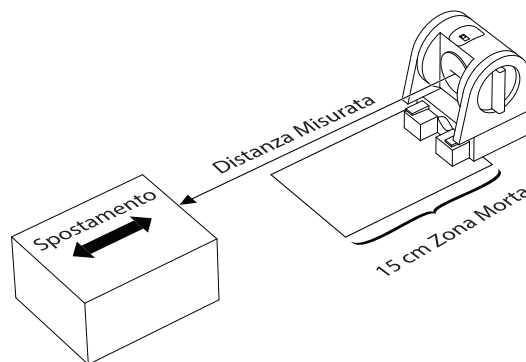


Figura 4: Rilevazione della distanza da parte del sensore

Tuttavia, a causa degli errori di misura, si rilevano delle differenze tra le distanze misurate con il metro e quelle restituite dal sonar.

La Figura 5 seguente riassume le differenze tra i valori delle distanze misurate con il metro e con il Sonar.

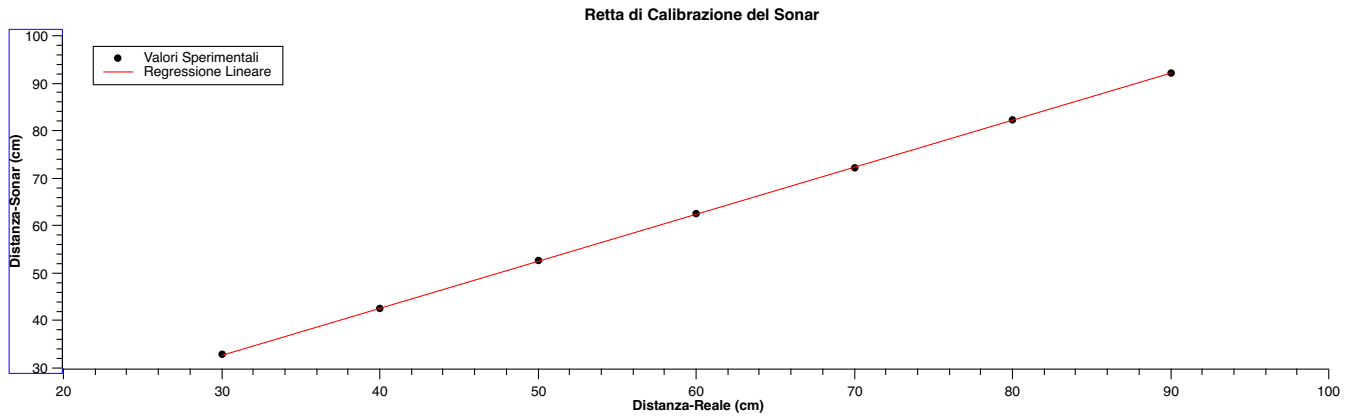


Figura 5: Retta calibrazione sonar - Regressione lineare

Indicati con  $x$  i valori delle distanze misurate con il metro e con  $y$  quelli misurati con il sonar, i parametri della retta di regressione  $y = Ax + B$  risultano essere

$$A = 0.988142857142857 \pm 0.000722806322324172 \quad (13)$$

$$B = 3.15714285714284 \pm 0.0457142857142839 \quad (14)$$

Il parametro di correzione  $k \approx -2\text{cm}$

#### 4 DETERMINAZIONE SPERIMENTALE DELLA FORZA DI ATTRITO DINAMICO

Sono state eseguite nell'ordine le seguenti operazioni

- 1) l'inclinazione della tavola è stata impostata a  $\beta \approx 1.20^\circ$
- 2) per sei volte sono state misurate contemporaneamente la velocità in discesa  $v_d$ , in salita  $v_s$  e la posizione  $S$  del carrello in funzione del tempo  $t$ ;
- 3) per ciascun ramo del grafico delle velocità è stata calcolata la pendenza, con la relativa incertezza, ovviamente tale pendenza, coinciderà con il valore dell'accelerazione;
- 4) le operazioni descritte sono state ripetute per le masse  $m = 1\text{kg}$  e  $m = 1.5\text{kg}$ .

La (10), tenuto conto del basso valore di  $\beta$  ( $3^\circ$ ), consente di stabilire l'uguaglianza

$$\frac{a_s - a_d}{2} \approx \mu_d g \quad (15)$$

Inoltre, sempre dall'espressione (10), otteniamo l'equazione

$$\bar{\mu}_d \approx \left| \frac{\bar{a}_s - \bar{a}_d}{2g} \right| \quad (16)$$

che verrà utilizzata per la stima del coefficiente di attrito.

Pertanto l'incertezza sul calcolo di  $\mu_d$  risulta essere:

$$\Delta\mu_d = \frac{(\Delta a_s)_{\max} + (\Delta a_d)_{\max}}{2g} \quad (17)$$

La forza di attrito media  $\bar{A}$  risulta essere

$$\bar{A} = \bar{\mu}_d mg \cos \beta \quad (18)$$

Le Tabelle 1-3 riassumono le quantità misurate ed i risultati dei calcoli.

Tabella 1: Stima del coefficiente e della forza di attrito dinamico per  $m = 0.5\text{kg}$

| Prova | $a_s$<br>cm s <sup>-2</sup> | $\Delta a_s$<br>cm s <sup>-2</sup> | $a_d$<br>cm s <sup>-2</sup> | $\Delta a_d$<br>cm s <sup>-2</sup> | $\mu_d$ | $\Delta\mu_d$ | A <br>cN | $\Delta A$<br>cN |
|-------|-----------------------------|------------------------------------|-----------------------------|------------------------------------|---------|---------------|----------|------------------|
| 1     | 22.900                      | 0.220                              | 15.000                      | 0.130                              | 0.004   | 0.000         | 1.975    | 0.087            |
| 2     | 22.800                      | 0.120                              | 14.700                      | 0.140                              | 0.004   | 0.000         | 2.025    | 0.065            |
| 3     | 23.200                      | 0.200                              | 15.000                      | 0.110                              | 0.004   | 0.000         | 2.050    | 0.077            |
| 4     | 22.700                      | 0.170                              | 14.900                      | 0.100                              | 0.004   | 0.000         | 1.950    | 0.067            |
| 5     | 22.600                      | 0.120                              | 14.900                      | 0.110                              | 0.004   | 0.000         | 1.925    | 0.057            |

- Il coefficiente di attrito dinamico medio è 0.004
- L'incertezza del coefficiente di attrito dinamico medio è 0.000
- La forza di attrito media è 1.985 cN
- L'incertezza della forza di attrito media è 0.090 cN

Tabella 2: Stima del coefficiente e della forza di attrito dinamico per  $m = 1.0\text{kg}$

| Prova | $a_s$<br>cm s <sup>-2</sup> | $\Delta a_s$<br>cm s <sup>-2</sup> | $a_d$<br>cm s <sup>-2</sup> | $\Delta a_d$<br>cm s <sup>-2</sup> | $\mu_d$ | $\Delta\mu_d$ | A <br>cN | $\Delta A$<br>cN |
|-------|-----------------------------|------------------------------------|-----------------------------|------------------------------------|---------|---------------|----------|------------------|
| 1     | 23.500                      | 0.220                              | 14.700                      | 0.250                              | 0.004   | 0.000         | 4.399    | 0.235            |
| 2     | 24.000                      | 0.430                              | 14.500                      | 0.400                              | 0.005   | 0.000         | 4.749    | 0.415            |
| 3     | 23.400                      | 0.180                              | 15.300                      | 0.220                              | 0.004   | 0.000         | 4.049    | 0.200            |
| 4     | 23.400                      | 0.140                              | 15.700                      | 0.100                              | 0.004   | 0.000         | 3.849    | 0.120            |
| 5     | 23.500                      | 0.180                              | 14.300                      | 0.120                              | 0.005   | 0.000         | 4.599    | 0.150            |

- Il coefficiente di attrito dinamico medio è 0.004
- L'incertezza del coefficiente di attrito dinamico medio è 0.000
- La forza di attrito media è 4.329 cN
- L'incertezza della forza di attrito media è 0.415 cN

Tabella 3: Stima del coefficiente e della forza di attrito dinamico per  $m = 1.5\text{kg}$

| Prova | $a_s$<br>cm s <sup>-2</sup> | $\Delta a_s$<br>cm s <sup>-2</sup> | $a_d$<br>cm s <sup>-2</sup> | $\Delta a_d$<br>cm s <sup>-2</sup> | $\mu_d$ | $\Delta\mu_d$ | A <br>cN | $\Delta A$<br>cN |
|-------|-----------------------------|------------------------------------|-----------------------------|------------------------------------|---------|---------------|----------|------------------|
| 1     | 23.900                      | 0.170                              | 14.900                      | 0.160                              | 0.005   | 0.000         | 6.749    | 0.247            |
| 2     | 25.300                      | 0.200                              | 15.300                      | 0.330                              | 0.005   | 0.000         | 7.499    | 0.397            |
| 3     | 24.900                      | 0.190                              | 14.600                      | 0.320                              | 0.005   | 0.000         | 7.723    | 0.382            |
| 4     | 23.100                      | 0.210                              | 14.400                      | 0.170                              | 0.004   | 0.000         | 6.524    | 0.285            |
| 5     | 22.100                      | 0.170                              | 14.400                      | 0.200                              | 0.004   | 0.000         | 5.774    | 0.277            |

- Il coefficiente di attrito dinamico medio è 0.005
- L'incertezza del coefficiente di attrito dinamico medio è 0.000
- La forza di attrito media è 6.854 cN
- L'incertezza della forza di attrito media è 0.405 cN

## 5 DETERMINAZIONE DEL COEFFICIENTE DI RESTITUZIONE $\varepsilon$

Il coefficiente di restituzione  $\varepsilon$  è definito dalla seguente espressione

$$\varepsilon^2 = \frac{K_f}{K_i}, \quad (19)$$

essendo  $K_f$  e  $K_i$  le energie cinetiche della massa dopo e prima l'urto rispettivamente. La (19) si semplifica nella seguente espressione

$$\varepsilon = \left| \frac{v_f}{v_i} \right|. \quad (20)$$

Propagando le incertezze su  $\varepsilon$  si ottiene

$$\Delta\varepsilon = \left| \frac{\partial\varepsilon}{\partial v_f} \right| \Delta v_f + \left| \frac{\partial\varepsilon}{\partial v_i} \right| \Delta v_i, \quad (21)$$

con

$$\frac{\partial\varepsilon}{\partial v_f} = \frac{1}{v_i}, \quad (22a)$$

$$\frac{\partial\varepsilon}{\partial v_i} = -\frac{v_f}{v_i^2}. \quad (22b)$$

Sono state eseguite nell'ordine le seguenti operazioni

- 1) La massa è stata portata ad una distanza di 20-30 cm dai respingenti magnetici.
- 2) per cinque volte sono state misurate contemporaneamente le velocità della massa prima e dopo l'urto;
- 3) sono stati calcolato il coefficiente di restituzione  $\varepsilon$  stimato in ogni prova, unitamente alla rispettiva incertezza  $\Delta\varepsilon$ ;
- 4) le operazioni descritte sono state ripetute per le masse  $m = 1\text{kg}$  e  $m = 1.5\text{kg}$ .

*Caso massa  $m = 0.50\text{kg}$*

### Prova N.1

Tabella 4: Risultati Prova d'urto con massa  $m = 0.50\text{kg}$

| Urto N. | $ v_i $<br>cm s <sup>-1</sup> | $\Delta v_i$<br>cm s <sup>-1</sup> | $ v_f $<br>cm s <sup>-1</sup> | $\Delta v_f$<br>cm s <sup>-1</sup> | $\varepsilon$ | $\Delta\varepsilon$ |
|---------|-------------------------------|------------------------------------|-------------------------------|------------------------------------|---------------|---------------------|
| 1       | 21.100                        | 0.210                              | 19.000                        | 0.190                              | 0.900         | 0.018               |
| 2       | 16.000                        | 0.130                              | 14.000                        | 0.140                              | 0.875         | 0.016               |
| 3       | 13.400                        | 0.170                              | 11.000                        | 0.160                              | 0.821         | 0.022               |
| 4       | 10.300                        | 0.180                              | 9.000                         | 0.190                              | 0.874         | 0.034               |
| 5       | 7.100                         | 0.180                              | 5.000                         | 0.190                              | 0.704         | 0.045               |

### Prova N.2

Tabella 5: Risultati Prova d'urto con massa  $m = 0.50\text{kg}$

| Urto N. | $ v_i $<br>cm s <sup>-1</sup> | $\Delta v_i$<br>cm s <sup>-1</sup> | $ v_f $<br>cm s <sup>-1</sup> | $\Delta v_f$<br>cm s <sup>-1</sup> | $\varepsilon$ | $\Delta\varepsilon$ |
|---------|-------------------------------|------------------------------------|-------------------------------|------------------------------------|---------------|---------------------|
| 1       | 22.300                        | 0.220                              | 20.400                        | 0.190                              | 0.915         | 0.018               |
| 2       | 17.200                        | 0.140                              | 13.800                        | 0.140                              | 0.802         | 0.015               |
| 3       | 12.300                        | 0.170                              | 10.900                        | 0.160                              | 0.886         | 0.025               |
| 4       | 10.700                        | 0.180                              | 9.100                         | 0.180                              | 0.850         | 0.031               |
| 5       | 6.900                         | 0.190                              | 5.000                         | 0.190                              | 0.725         | 0.047               |

**Prova N.3**Tabella 6: Risultati Prova d'urto con massa  $m = 0.50\text{kg}$ 

| Urto N. | $ v_i $<br>$\text{cm s}^{-1}$ | $\Delta v_i$<br>$\text{cm s}^{-1}$ | $ v_f $<br>$\text{cm s}^{-1}$ | $\Delta v_f$<br>$\text{cm s}^{-1}$ | $\varepsilon$ | $\Delta\varepsilon$ |
|---------|-------------------------------|------------------------------------|-------------------------------|------------------------------------|---------------|---------------------|
| 1       | 21.500                        | 0.240                              | 19.000                        | 0.170                              | 0.884         | 0.018               |
| 2       | 16.300                        | 0.110                              | 14.100                        | 0.130                              | 0.865         | 0.014               |
| 3       | 13.400                        | 0.170                              | 11.400                        | 0.150                              | 0.851         | 0.022               |
| 4       | 10.700                        | 0.180                              | 8.600                         | 0.180                              | 0.804         | 0.030               |
| 5       | 7.200                         | 0.190                              | 5.000                         | 0.190                              | 0.694         | 0.045               |

*Caso massa  $m = 1.00\text{kg}$* **Prova N.1**Tabella 7: Risultati Prova d'urto con massa  $m = 1.00\text{kg}$ 

| Urto N. | $ v_i $<br>$\text{cm s}^{-1}$ | $\Delta v_i$<br>$\text{cm s}^{-1}$ | $ v_f $<br>$\text{cm s}^{-1}$ | $\Delta v_f$<br>$\text{cm s}^{-1}$ | $\varepsilon$ | $\Delta\varepsilon$ |
|---------|-------------------------------|------------------------------------|-------------------------------|------------------------------------|---------------|---------------------|
| 1       | 22.000                        | 0.110                              | 20.000                        | 0.130                              | 0.909         | 0.010               |
| 2       | 16.000                        | 0.150                              | 15.000                        | 0.150                              | 0.938         | 0.018               |
| 3       | 11.000                        | 0.120                              | 10.800                        | 0.160                              | 0.982         | 0.025               |
| 4       | 9.000                         | 0.190                              | 8.000                         | 0.190                              | 0.889         | 0.040               |
| 5       | 6.000                         | 0.180                              | 5.000                         | 0.170                              | 0.833         | 0.053               |

**Prova N.2**Tabella 8: Risultati Prova d'urto con massa  $m = 1.00\text{kg}$ 

| Urto N. | $ v_i $<br>$\text{cm s}^{-1}$ | $\Delta v_i$<br>$\text{cm s}^{-1}$ | $ v_f $<br>$\text{cm s}^{-1}$ | $\Delta v_f$<br>$\text{cm s}^{-1}$ | $\varepsilon$ | $\Delta\varepsilon$ |
|---------|-------------------------------|------------------------------------|-------------------------------|------------------------------------|---------------|---------------------|
| 1       | 21.000                        | 0.210                              | 19.000                        | 0.200                              | 0.905         | 0.019               |
| 2       | 15.000                        | 0.150                              | 14.000                        | 0.140                              | 0.933         | 0.019               |
| 3       | 12.000                        | 0.180                              | 11.000                        | 0.160                              | 0.917         | 0.027               |
| 4       | 9.000                         | 0.180                              | 7.000                         | 0.170                              | 0.778         | 0.034               |
| 5       | 6.000                         | 0.190                              | 4.000                         | 0.190                              | 0.667         | 0.053               |

**Prova N.3**Tabella 9: Risultati Prova d'urto con massa  $m = 1.00\text{kg}$ 

| Urto N. | $ v_i $<br>$\text{cm s}^{-1}$ | $\Delta v_i$<br>$\text{cm s}^{-1}$ | $ v_f $<br>$\text{cm s}^{-1}$ | $\Delta v_f$<br>$\text{cm s}^{-1}$ | $\varepsilon$ | $\Delta\varepsilon$ |
|---------|-------------------------------|------------------------------------|-------------------------------|------------------------------------|---------------|---------------------|
| 1       | 21.100                        | 0.230                              | 19.000                        | 0.190                              | 0.900         | 0.019               |
| 2       | 15.700                        | 0.130                              | 14.200                        | 0.150                              | 0.904         | 0.017               |
| 3       | 13.400                        | 0.140                              | 11.200                        | 0.150                              | 0.836         | 0.020               |
| 4       | 10.400                        | 0.180                              | 9.100                         | 0.190                              | 0.875         | 0.033               |
| 5       | 7.100                         | 0.180                              | 5.100                         | 0.190                              | 0.718         | 0.045               |

*Caso massa  $m = 1.50\text{kg}$* **Prova N.1**Tabella 10: Risultati Prova d'urto con massa  $m = 1.50\text{kg}$ 

| Urto N. | $ v_i $<br>$\text{cm s}^{-1}$ | $\Delta v_i$<br>$\text{cm s}^{-1}$ | $ v_f $<br>$\text{cm s}^{-1}$ | $\Delta v_f$<br>$\text{cm s}^{-1}$ | $\varepsilon$ | $\Delta\varepsilon$ |
|---------|-------------------------------|------------------------------------|-------------------------------|------------------------------------|---------------|---------------------|
| 1       | 21.100                        | 0.240                              | 19.000                        | 0.190                              | 0.900         | 0.019               |
| 2       | 15.600                        | 0.140                              | 14.200                        | 0.150                              | 0.910         | 0.018               |
| 3       | 13.420                        | 0.150                              | 11.200                        | 0.140                              | 0.835         | 0.020               |
| 4       | 10.410                        | 0.180                              | 9.200                         | 0.190                              | 0.884         | 0.034               |
| 5       | 7.300                         | 0.180                              | 5.600                         | 0.190                              | 0.767         | 0.045               |

## Prova N.2

Tabella 11: Risultati Prova d'urto con massa  $m = 1.50\text{kg}$

| Urto N. | $ v_i $<br>$\text{cm s}^{-1}$ | $\Delta v_i$<br>$\text{cm s}^{-1}$ | $ v_f $<br>$\text{cm s}^{-1}$ | $\Delta v_f$<br>$\text{cm s}^{-1}$ | $\varepsilon$ | $\Delta\varepsilon$ |
|---------|-------------------------------|------------------------------------|-------------------------------|------------------------------------|---------------|---------------------|
| 1       | 21.100                        | 0.200                              | 19.000                        | 0.180                              | 0.900         | 0.017               |
| 2       | 15.000                        | 0.130                              | 14.000                        | 0.150                              | 0.933         | 0.018               |
| 3       | 12.200                        | 0.140                              | 10.100                        | 0.150                              | 0.828         | 0.022               |
| 4       | 9.200                         | 0.180                              | 8.000                         | 0.170                              | 0.870         | 0.035               |
| 5       | 5.700                         | 0.170                              | 5.100                         | 0.170                              | 0.895         | 0.057               |

## Prova N.3

Tabella 12: Risultati Prova d'urto con massa  $m = 1.50\text{kg}$

| Urto N. | $ v_i $<br>$\text{cm s}^{-1}$ | $\Delta v_i$<br>$\text{cm s}^{-1}$ | $ v_f $<br>$\text{cm s}^{-1}$ | $\Delta v_f$<br>$\text{cm s}^{-1}$ | $\varepsilon$ | $\Delta\varepsilon$ |
|---------|-------------------------------|------------------------------------|-------------------------------|------------------------------------|---------------|---------------------|
| 1       | 21.200                        | 0.200                              | 19.000                        | 0.200                              | 0.896         | 0.018               |
| 2       | 15.600                        | 0.150                              | 14.100                        | 0.140                              | 0.904         | 0.018               |
| 3       | 13.400                        | 0.140                              | 11.300                        | 0.150                              | 0.843         | 0.020               |
| 4       | 10.400                        | 0.190                              | 9.200                         | 0.180                              | 0.885         | 0.033               |
| 5       | 7.200                         | 0.180                              | 5.100                         | 0.170                              | 0.708         | 0.041               |

## 6 NOMENCLATURA

In questo paragrafo è descritta la nomenclatura impiegata:

- $a_d$ : accelerazione di discesa;
- $a_s$ : accelerazione di salita;
- $\vec{A}$ : forza di attrito;
- $\vec{F}_g$ : forza peso;
- $g$ : accelerazione di gravità;
- $K_i$ : energia cinetica del carrello immediatamente prima dell'urto;
- $K_f$ : energia cinetica del carrello immediatamente dopo l'urto;
- $m$ : massa del carrello;
- $\vec{N}$ : forza normale;
- $S$ : spostamento della massa;
- $v_d$ : velocità di discesa;
- $v_s$ : velocità di salita;
- $X$ : asse parallelo al piano;
- $Y$ : asse ortogonale al piano;
- $\beta$ : angolo d'inclinazione del piano inclinato;
- $\varepsilon$ : coefficiente di restituzione;
- $\mu_d$ : coefficiente di attrito dinamico.
- $\bar{x}$  valor medio della grandezza  $x$ ;
- $\Delta(x)$  incertezza della grandezza  $x$

## 7 CODICE

### 7.1 Calcolo del Coefficiente di Attrito

```

1 from __future__ import division
2 import numpy as np
3 n=3
4 def fprint(a, case):

```

```

5     if case==1:
6         a=round(a,n)
7         formato="{:10.}" + str(n) + "f}"
8         nice_a= formato.format(a)
9         return nice_a
10    if case==0:
11        a=round(a,n)
12        a=np.absolute(a)
13        formato="{:10.}" + str(n) + "f}"
14        nice_a= formato.format(a)
15        return nice_a
16
17    g=9.81*100 # g e' espressa in cm s^-2
18    beta_rad=0.02
19    a_s=[22.90,22.80,23.20,22.70,22.60]
20    delta_a_s=[0.22,0.12,0.20,0.17,0.12]
21    a_d=[15.00,14.70,15,14.90,14.90]
22    delta_a_d=[0.13,0.14,0.11,0.10,0.11]
23    m=0.5
24    nome_file="coef_attrito_050"
25
26    data_len=len(a_s)
27    a_s_max=np.amax(a_s)
28    a_s_min=np.amin(a_s)
29    a_s_medio=np.average(a_s)
30
31    a_d_max=np.amax(a_d)
32    a_d_min=np.amin(a_d)
33    a_d_medio=np.average(a_d)
34
35    delta_a_s_medio=np.average(delta_a_s)
36    delta_a_d_medio=np.average(delta_a_d)
37    delta_a_s_max=np.amax(delta_a_s)
38    delta_a_d_max=np.amax(delta_a_d)
39    coef_d=range(0,data_len,1)
40    i=0
41    while i<data_len:
42        coef_d[i]=(a_s[i]-a_d[i])/(2*g)
43        i=i+1
44    delta_coef_d=range(0,data_len,1)
45    j=0
46    while j<data_len:
47        delta_coef_d[j]=(delta_a_s[j]+delta_a_d[j])/(2*g)
48        j=j+1
49
50    forza_a=range(0,data_len,1)
51    i=0
52    while i<data_len:
53        forza_a[i]=coef_d[i]*m*g*np.cos(beta_rad)
54        i=i+1
55    delta_forza_a=range(0,data_len,1)
56    j=0
57    while j<data_len:
58        delta_forza_a[j]=m*g*np.cos(beta_rad)*delta_coef_d[j]
59        j=j+1
60
61    coef_d_medio=(a_s_medio-a_d_medio)/(2*g)
62    delta_coef_d_medio=(delta_a_s_max+delta_a_d_max)/(2*g)
63    forza_a_medio=coef_d_medio*m*g*np.cos(beta_rad)
64    delta_forza_a_medio=m*g*np.cos(beta_rad)*delta_coef_d_medio
65    ##### GENERA FILE LaTeX #####
66    file_tex=open(nome_file+".tex","wb")
67    file_tex.write(chr(92)+"begin{tabular}{cccc|cccc}\n")
68    file_tex.write("\hline \n")
69    file_tex.write("Prova & "+chr(92)+"thead{$a_s$ "+chr(92)+chr(92)+" $\mathrm{cm}$ "+chr(92)+" \

```

```

↪ \mathrm{s}^{-2})$ & "+chr(92)+"thead{$\Delta a_s$ "+chr(92)+chr(92)+" $\mathrm{cm}$ "+chr
↪ (92)+" \mathrm{s}^{-2})$ & "+chr(92)+"thead{$a_d$ "+chr(92)+chr(92)+" $\mathrm{cm}$ "+
↪ chr(92)+" \mathrm{s}^{-2})$ & "+chr(92)+"thead{$\Delta a_d$ "+chr(92)+chr(92)+" $\mathrm
↪ {cm}$ "+chr(92)+" \mathrm{s}^{-2})$ & $\mu_d$ & $\Delta \mu_d$ & "+chr(92)+"thead{$|A|$"+
↪ chr(92)+chr(92)+" cN} & "+chr(92)+"thead{$\Delta A$"+chr(92)+chr(92)+" cN} "+chr(92)+
↪ chr(92)+" ")
70 file_tex.write("\hline \n")
71 i=0
72 while i<data_len:
73     file_tex.write(str(i+1)+" & "+fprint(a_s[i],1)+" & "+fprint(delta_a_s[i],1)+" & "+fprint(
↪ a_d[i],1)+" & "+fprint(delta_a_d[i],1)+" & "+fprint(coef_d[i],0)+" & "+fprint(
↪ delta_coef_d[i],1)+" & "+fprint(forza_a[i],0)+" & "+fprint(delta_forza_a[i],1)+" "+chr
↪ (92)+chr(92)+"\n" )
74     i=i+1
75 file_tex.write("\hline \n")
76 file_tex.write("\end{tabular}\n")
77 file_tex.close()
78 nome_file1=nome_file+"_rias"
79
80 file_tex1=open(nome_file1+".tex","wb")
81 file_tex1.write(chr(92)+"begin{itemize}")
82 file_tex1.write("\item Il coefficiente di attrito dinamico medio \'{e} "+fprint(coef_d_medio
↪ ,0))
83 file_tex1.write("\item L'incertezza del coefficiente di attrito dinamico medio \'{e} "+fprint(
↪ delta_coef_d_medio,1))
84 file_tex1.write("\item La forza di attrito media \'{e} "+fprint(forza_a_medio,0)+" cN")
85 file_tex1.write("\item L'incertezza della forza di attrito media \'{e} "+fprint(
↪ delta_forza_a_medio,1)+" cN")
86 file_tex1.write("\end{itemize}")
87 file_tex1.close()
88
89 print a_s_medio
90 print delta_coef_d_medio

```

code/coef\_at/coef\_at\_050/coef\_attrito\_050.py

## 7.2 Calcolo del Coefficiente di restituzione

```

1 from __future__ import division
2 import numpy as np
3
4 n=3 #numero di cifre decimali significative
5
6 #usa case=0 se vuoi il numero a con
7 #il valore assoluto, per gli
8 #altri casi usa case=1.
9 # La funzione restituisce una
10 # STRINGA nel formato di cifre
11 # decimali impostato
12 def fprint(a, case):
13     if case==1:
14         a=round(a,n)
15         formato="{:10."+str(n)+"f}"
16         nice_a= formato.format(a)
17         return nice_a
18     if case==0:
19         a=round(a,n)
20         a=np.absolute(a)
21         formato="{:10."+str(n)+"f}"
22         nice_a= formato.format(a)
23         return nice_a
24
25 v_iniziale=[21.100,16.000,13.400,10.300,7.100] #prendere in modulo
26 v_finale=[19.000,14.000,11.000,9.000,5.000] #prendere in modulo
27 delta_v_iniziale=[0.210,0.130,0.170,0.180,0.180] #prendere in modulo
28 delta_v_finale=[0.190,0.140,0.160,0.190,0.190] #prendere in modulo

```

```

29 nome_file="coef_restituzione"
30
31 data_len=len(v_iniziale)
32
33 coef_restituzione=range(0,data_len,1)
34 delta_coef_restituzione=range(0,data_len,1)
35 i=0
36 while i<data_len:
37     coef_restituzione[i]=np.absolute(v_finale[i]/v_iniziale[i])
38     delta_coef_restituzione[i]=np.absolute(1/v_iniziale[i])*delta_v_finale[i]+np.absolute(-
↪ v_finale[i]/v_iniziale[i]**2)*delta_v_iniziale[i]
39     i=i+1
40
41
42
43
44 file_tex=open(nome_file+".tex","wb")
45 file_tex.write(chr(92)+"begin{tabular}{cccc|cc} \n")
46 file_tex.write("\hline \n")
47 file_tex.write("Urto N. & "+chr(92)+"thead{ $|v_i|$ "+chr(92)+chr(92)+" cm $\\mathrm{s}^{-1}$ } &
↪ "+chr(92)+"thead{ $\\Delta v_i$ "+chr(92)+chr(92)+" cm $\\mathrm{s}^{-1}$ } & "+chr(92)+"
↪ thead{ $|v_f|$ "+chr(92)+chr(92)+" cm $\\mathrm{s}^{-1}$ } & "+chr(92)+"thead{ $\\Delta v_f$
↪ "+chr(92)+chr(92)+" cm $\\mathrm{s}^{-1}$ } & $"+chr(92)+"varepsilon$ & $\\Delta "+chr
↪ (92)+"varepsilon$ "+chr(92)+chr(92)+" ")
48 file_tex.write("\hline \n")
49
50 i=0
51 while i<data_len:
52     file_tex.write(str(i+1)+"& "+fprint(v_iniziale[i],1)+" & "+fprint(delta_v_iniziale[i],1)+"&
↪ "+fprint(v_finale[i],1)+" & "+fprint(delta_v_finale[i],1)+" & "+fprint(coef_restituzione
↪ [i],1)+"& "+fprint(delta_coef_restituzione[i],1)+" "+chr(92)+chr(92)+"\n")
53     i=i+1
54 file_tex.write("\hline \n \end{tabular} \n")
55 file_tex.close()

```

code/coef\_restituzione/coefrestituzione\_050/prova1/coef\_restituzione.py